

Tentamen Programmacorrectheid, 14 april 2011

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledig en correct geannoteerde commando's. Behandel elke herhaling met het stappenplan. Geef bij stap 1 telkens een geannoteerd lineair bewijs. Bij stap 3 is het voldoende de bewijsverplichting te geven tezamen met een goed argument waarom hieraan voldaan wordt.

Nabespreking 6 mei om 14:00 uur in Bernoulliborg 289.

Opgave 1 (18 %). Bepaal een geannoteerd commando S dat voldoet aan

```
var  $i, k : \mathbb{Z}$ 
  {  $P : X + Y > 0 \wedge$ 
     $((i = X + 4 \cdot Y \wedge k = Y) \vee (i = X \wedge 3 \cdot k = 2 \cdot X + Y))$  }
 $S$ 
  {  $Q : i = X \wedge k = Y$  } .
```

Hint: druk $X + Y$ uit in i en k volgens de twee alternatieven.

Opgave 2 (36 %). Gegeven zijn twee arrays volgens de declaratie

```
const  $n : \mathbb{N}$ ;  $a, b : \text{array}[0..n]$  of  $\mathbb{R}$  .
```

Bepaal een commando ter berekening van

```
 $\Sigma(a[i] \cdot b[j] \mid i, j : 0 \leq i \wedge 2 \cdot i \leq j < n)$  .
```

De tijdscomplexiteit dient $\mathcal{O}(n)$ te zijn.

(a: 18 %) Stel recurrente betrekkingen op voor functies waarmee het gevraagde getal berekend kan worden, inclusief basisgevallen. Maak desgewenst onderscheid of een bepaald getal even of oneven is, maar doe dit vooral niet te vroeg.
(b: 18 %) Geef een formele specificatie en werk het volledige stappenplan af.

Opgave 3 (46 %). Gegeven is de functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, die zwak dalend is in beide argumenten. Gegeven zijn constanten $m \in \mathbb{N}$ en $w \in \mathbb{R}$. Ontwerp een commando T ter bepaling van het aantal paren $(p, q) \in \mathbb{Z}^2$ met $h(p, q) \geq w$ en $0 \leq p$ en $p^2 \leq q < m$.

Merk op dat $q = p^2$ de vergelijking van een dalparabool is.

(a: 4 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegevens. Geef aan hoe de parabool ongeveer ligt. Geef aan waar de functie h hoog of laag is, waar de hoogtelijn van w loopt, en hoe je de resterende rechthoek legt.

(b: 22 %) Definieer een functie waar het gevraagde aantal mee berekend kan worden. Bepaal hiervoor recurrente betrekkingen, inclusief de basisgevallen. Als het goed is, heb je worteltrekken niet nodig.

(c: 4 %) Geef een formele specificatie voor het bedoelde commando.

(d: 16 %) Bepaal een correct commando voor dit probleem met een tijdscomplexiteit van $\mathcal{O}(m)$.